ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №8 (В1)

**Тема:** Інтерполяційний поліном Лагранжа і Ньютона

**Завдання:** Побудувати інтерполяційний поліном Лагранжа і Ньютона

**Поліном Лагранжа**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 1 | 4 | 40 | 15 | 85 |

**Теорія:**

Нехай на відрізку [*a; b*] дано (*n+1*) різних значень аргумента Інтерполяційна формула Лагранжа (Інтерполяційна формула Лагранжа) для яких відомі відповідні значення функції Інтерполяційна формула Лагранжа. Необхідно побудувати поліном, степінь якого не перевищує *n*, і який у вузлах інтерполяції Інтерполяційна формула Лагранжа приймає ті ж значення, що і функція  Інтерполяційна формула Лагранжа, тобтоІнтерполяційний поліном Лагранжа. Інтерполяційна формула Лагранжа дозволяє представити поліном Інтерполяційна формула Лагранжа у вигляді лінійної комбінації функції Інтерполяційна формула Лагранжа у вузлах інтерполяції:

Інтерполяційна формула Лагранжа

де Інтерполяційна формула Лагранжа — поліном степені *n*, для якого виконується умова:

Інтерполяційна формула Лагранжа

Врахувавши (1) поліном Інтерполяційна формула Лагранжа можна записати у наступному вигляді:

Інтерполяційна формула Лагранжа

де Інтерполяційна формула Лагранжа постійний коефіцієнт. Значення даного коефіцієнта можна знайти при Інтерполяційна формула Лагранжа.

Інтерполяційна формула Лагранжа

З останнього співвідношення визначаєсо Інтерполяційна формула Лагранжа і підставляємо його у формулу (2):

Інтерполяційна формула Лагранжа

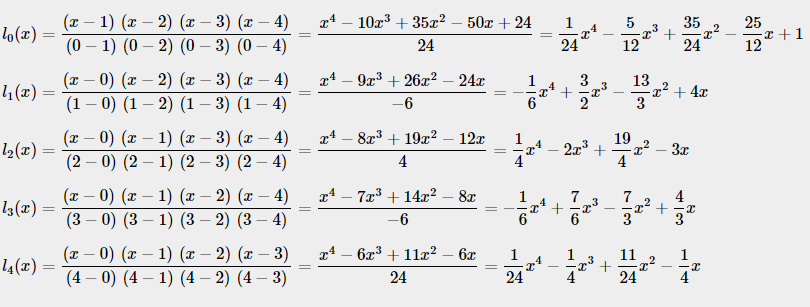
Інтерполяційна формула Лагранжа

Тоді інтерполяційний многочлен Лагранжа матиме наступни

й вигляд:

Інтерполяційна формула Лагранжа

**Рішення:**



****



****

**Поліном Ньютона**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 1 | 4 | 40 | 15 | 85 |

**Теорія:**

Вузли називаються рівностоящими, якщо xi+1 – xi = ∆xi = h = const ( i = 0,𝑛−1̅ )

Кінцевими різницями функції y = f(x) називаються різниці виду:

∆yi = yi+1 – yi – кінцеві різниці І – порядку (1)

∆2 yi = yi+1 – ∆yi - кінцеві різниці ІІ - порядку

…

∆k yi = ∆k-1yi+1 –∆k-1yi – кінцева різниця k-того порядку (табл.1).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | ∆y | ∆2y | ∆3y | ∆4y |
| х0 | у0 | ∆у0 | ∆2y0 | ∆3y0 | ∆4y0 |
| х1 | у1 |
| ∆у1 |
| х2 | у2 | ∆2y1 |
| ∆у2 | ∆3y1 |
| х3 | у3 | ∆2y2 |
| ∆у3 |
| х4 | у4 |

Таблиця 1

Перша інтерполяційна формула Ньютона має вигляд:

y(x)= Pn(x)= y0+q∆y0+ q(q−1)2!∆2y0+ ...+ q(q−1)…(q−n+1)n!∆ny0 , (2)

де q= x− x0h

Замітимо, що в формулі використовується верхній похилий рядок таблиці різниць (∆y0,∆2y0,∆3y0,∆4y0 ).

Rn(x)= hn+1q(q−1)…(q−n)(n−1)!f(n+1)′(⅀), (3)

де ⅀ деяка внутрішня точка найменшого проміжку, що містить всі вузли xi (i = 0,n̅ ) і точку x.

Число n бажано обрати так, щоб різниці ∆ny були практично постійними.

Формула (2) використовується для інтерполяції і екстраполяції в точці х0, близьких до початку таблиці.

**Рішення:**

P(x) = y0 + f10(x – x0) + f20(x – x0)(x – x1) + f30(x – x0)(x – x1)(x – x2) + f40(x – x0)(x – x1)(x – x3)(x – x4) = 1 + 3(x - 0) + 16,5(x-0)(x-1) (x-0)(x-1)(x - 2) + (x-0)(x-1)(x - 2)(x - 3) =

**P(x) =**

**Протокол рішення Scilab**

disp('Метод интерполяционного полинома Лагранжа')

X=[0 1 2 3 4]

Y=[1 4 40 15 85]

disp(Y,'Y=',X,'X=','Функция задана таблицей')

p1=poly([1],'x','c')

for i=1:size(X, 'c')

p1=p1\*poly([-X(j) 1],'x','c')

end

disp(p1,'Изначальная функция(омега)')

p=poly([0],'x','c')

for i=1:size(X,'c')

t=poly([1],'x','c')

for j=1:size(X,'c')

if i==j then continue end

t=t\*poly([-X(j) 1],'x','c')

end

p=p+t

end

disp(p,'Найдём производную:')

disp(X,'Найдём производную в точках')

z=horner(p, X)

disp(z,'Производные в точках соответственно')

p1=poly([0],'x','c')

for i=1:size(X,'c')

t=poly([1],'x','c')

for j=1:size(X,'c')

if i==j then continue end

t=t\*poly([-X(j) 1],'x','c')

end

p1=p1+(Y(i)/z(i))\*t

end

disp('Полином Лагранжа')

disp(p1)

**Вивід у консоль**

X =

0. 1. 2. 3. 4.

Y =

1. 4. 40. 15. 85.

Функция задана таблицей

X=

0. 1. 2. 3. 4.

Y=

1. 4. 40. 15. 85.

p1 =

1

Неопределённая переменная: j

Изначальная функция(омега)

1

p =

0

t =

1

t =

-1 +x

t =

2 -3x^2 +x

t =

-6 +11x^2 -6x^3 +x

t =

24 -50x^2 +35x^3 -10x^4 +x

p =

24 -50x^2 +35x^3 -10x^4 +x

t =

1

t =

x

t =

-2x^2 +x

t =

6x^2 -5x^3 +x

t =

-24x^2 +26x^3 -9x^4 +x

p =

2 3 4

24 -74x +61x -19x +2x

t =

1

t =

x

t =

2

-x +x

t =

3x^2 -4x^3 +x

t =

-12x^2 +19x^3 -8x^4 +x

p =

24 -86x ^2+80x^3 -27x^4 +3x

t =

1

t =

x

t =

-x^2 +x

t =

2x^2 -3x^3 +x

t =

-8x^2 +14x^3 -7x^4 +x

p =

24 -94x^2 +94x^3 -34x^4 +4x

t =

1

t =

x

t =

-x^2 +x

t =

2x^2 -3x^3 +x

t =

-6x^2 +11x^3 -6x^4 +x

p =

24 -100x^2 +105x^3 -40x^4 +5x

Найдём производную:

24 -100x^2 +105x^3 -40x^4 +5x

Найдём производную в точках

0. 1. 2. 3. 4.

z =

24. -6. 4. -6. 24.

Производные в точках соответственно

24. -6. 4. -6. 24.

p1 =

0

t =

1

t =

-1 +x

t =

2 -3x^2 +x

t =

-6 +11x^2 -6x^3 +x

t =

24 -50x^2 +35x^3 -10x^4 +x

p1

=

1 -2.0833333x^2 +1.4583333x^3 -0.4166667x ^4 +0.0416667x

t =

1

t =

x

t =

-2x^2 +x

t =

6x^2 -5x ^3 +x

t =

-24x^2 +26x^3 -9x^4 +x

p1 =

1 +13.916667x^2 -15.875x^3 +5.5833333x^4 -0.625x

t =

1

t =

x

t =

-x^2 +x

t =

3x^2 -4x^3 +x

t =

-12x^2 +19x^3 -8x^4 +x

p1 =

1 -106.08333x^2 +174.125x^3 -74.416667x^4 +9.375x

t =

1

t =

x

t =

-x^2 +x

t =

2x^2 -3x^3 +x

t =

-8x^2 +14x^3 -7x^4 +x

p1 =

1 -86.083333x^2 +139.125x^3 -56.916667x^4 +6.875x

t =

1

t =

x

t =

-x^2 +x

t =

2x^2 -3x^3 +x

t =

-6x^2 +11x^3 -6x^4 +x

p1 =

1 -107.33333x^2 +178.08333x^3 -78.166667x ^4 +10.416667x

Полином Лагранжа

1 -107.33333x^2 +178.08333x^3 -78.166667x^4 +10.416667x

**Список используемой литературы**

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.

2. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 59 - 60

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст 94